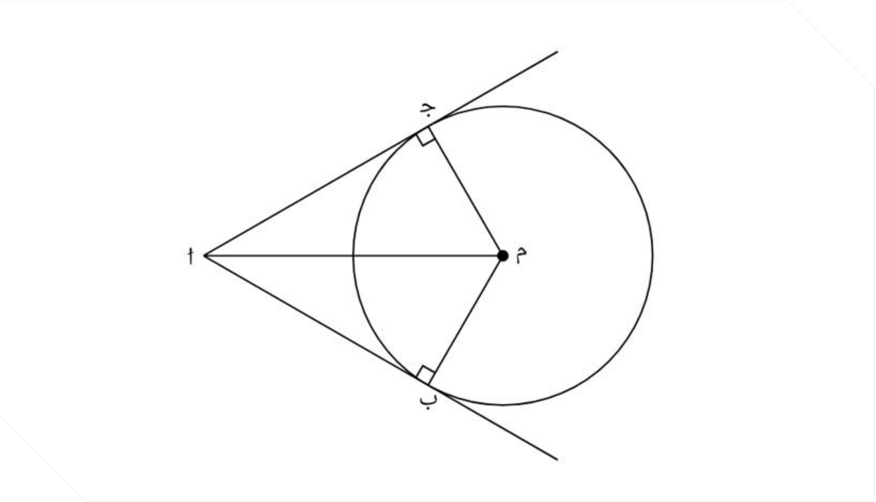
بحث عن
المماسات

المادة : ....



عمل الطالب

....

الصف : ....

مقدمة

في علم الهندسة، يُعتبر مفهوم المماس من المفـاهيم الأساسـية الـتي تربط بين الخطوط المستقيمة والمنحنيات. بشكل عـام، يمكن تعريـف المماس لمنحنى عند نقطة معينة بأنه الخط المسـتقيم الـذي "يلامس" المنحنى عند تلك النقطة فقط، ويكون له نفس اتجاه المنحنى في تلك اللحظة. وفي حالة الدائرة، يكون تعريف المماس أكثر دقة: هـو الخـط المستقيم الذي يقطع الدائرة في نقطة واحدة فقط. تلعب المماسـات دورًا حيويًـا في العديـد من فـروع الرياضـيات مثـل التفاضـل والتكامـل والهندسـة التحليليـة، ولهـا تطبيقـات واسـعة في الفيزيـاء والهندسـة والرسومات الحاسوبية.

تعريف المماس وخصائصه الأساسية

تعريف المماس لمنحنى: المماس لمنحنى عند نقطـة P هـو الخـط المستقيم الذي يلامس المنحنى عند تلك النقطة فقط، ويكون له نفس اتجاه المنحنى عند تلك النقطة. يمكن تصـور الممـاس على أنـه الخـط الذي يقترب من المنحنى بشكل كبير جدًا بالقرب من نقطة التماس.

تعريف المماس للدائرة: المماس للدائرة هو الخط المستقيم الذي يقطع الدائرة في نقطة واحدة فقط تُسمى **نقطة التماس**.

تتميز مماسات الدوائر بخصائص أساسية وهامة:

1. **المماس عمودي على نصف القطر:** يكـون الممـاس للـدائرة عند أي نقطة عليها عموديًا على نصف القطـر المرسـوم من مركـز الـدائرة إلى نقطـة التمـاس. يمكن إثبـات هـذه الخاصـية باسـتخدام مفهوم المسافة الأقصر، حيث أن أقصر مسـافة من مركـز الـدائرة إلى خط مستقيم هي المسافة العمودية.

2. **قطعتان مماستان من نقطة خارجية متطابقتان:** إذا رسمنا قطعتين مماستان لدائرة من نقطة خارجية، فإن هاتين القطعتين تكونان متطابقتين في الطول. يمكن إثبات هذه الخاصية باستخدام تطابق المثلثات المتكونة من مركز الدائرة ونقطة التماس والنقطة الخارجية.

معادلات مماسات الدوائر

يمكن إيجاد معادلة المماس لدائرة في حالات مختلفة:

1. **إذا عُرفت نقطة التماس على الدائرة ($س_1$, $ص_1$):**

- إذا كانت معادلة الدائرة (س - أ)^2 + (ص - ب)^2 = نق^2 (حيث (أ، ب) هو مركز الدائرة ونق هو نصف القطر)، فإن معادلة المماس عند النقطة ($س_1$, $ص_1$) هي: ($س_1$ - أ)(س - أ) + ($ص_1$ - ب)(ص - ب) = نق^2
- إذا كانت معادلة الدائرة س^2 + ص^2 = نق^2 (مركز الدائرة هو نقطة الأصل)، فإن معادلة المماس عند النقطة ($س_1$, $ص_1$) هي: $س_1$س + $ص_1$ص = نق^2

2. **إذا عُرف ميل المماس (م):**

- إذا كانت معادلة الدائرة س^2 + ص^2 = نق^2، فإن معادلات المماسات التي لها ميل م هي: ص = مس ± نق √(1 + م^2)

3. **إذا عُرفت نقطة خارجية ($س_2$, $ص_2$) يمر بها المماس:** في هذه الحالة، يمكننا افتراض أن نقطة التماس هي ($س_1$, $ص_1$) وتقع على الدائرة، ثم نستخدم ميل المماس (الذي يمكن حسابه بدلالة ($س_1$, $ص_1$) و ($س_2$, $ص_2$)) ونطبق معادلة المماس. غالبًا ما يؤدي هذا إلى حل نظام من المعادلات لإيجاد نقطة التماس.

المماسات للمنحنيات الأخرى

مفهوم المماس لا يقتصر على الدوائر فقط، بل يمتد ليشمل جميع أنواع المنحنيات. في حالة المنحنيات المعرفة بدالة رياضية ص = د(س)، يمكن إيجاد ميل المماس عند نقطة ($س_0$، د($س_0$)) باستخدام

التفاضل. ميل المماس عند هذه النقطة يساوي قيمة مشتقة الدالة عند س = س$_0$، أي م = د'(س$_0$). بعد إيجاد الميل، يمكن استخدام معادلة الخط المستقيم (ص - ص$_0$ = م(س - س$_0$)) لإيجاد معادلة المماس.

تطبيقات المماسات

للمماسات تطبيقات واسعة في مختلف المجالات:

1. **التفاضل والتكامل:** المشتقة الأولى لدالة عند نقطة ما تمثل ميل المماس لمنحنى الدالة عند تلك النقطة، وهو مفهوم أساسي في حساب التفاضل والتكامل.
2. **الفيزياء:** في علم الحركة، يمثل المماس لمسار جسم متحرك السرعة اللحظية للجسم عند نقطة معينة.
3. **الهندسة:** تُستخدم المماسات في تصميم المنحنيات في الطرق والسكك الحديدية وغيرها من الهياكل لضمان الانتقال السلس بين الأجزاء المستقيمة والمنحنية.
4. **علم البصريات:** اتجاه أشعة الضوء المنعكسة عن سطح منحني يعتمد على المماس عند نقطة الانعكاس.
5. **الرسومات الحاسوبية:** تُستخدم متجهات المماس لتحديد شكل المنحنيات والأسطح في الرسومات الحاسوبية.
6. **حل المسائل الهندسية:** تدخل المماسات في العديد من النظريات والمسائل الهندسية المتعلقة بالدوائر والمنحنيات الأخرى.

نظريات تتعلق بالمماسات

هناك العديد من النظريات الهامة المتعلقة بمماسات الدوائر:

1. **نظرية المماس والوتر:** الزاوية المحصورة بين مماس ووتر مرسوم من نقطة التماس تساوي قياس الزاوية المحيطية المقابلة لهذا الوتر في الجزء الآخر من الدائرة (القطعة المتبادلة).

2. **نظريات تتعلق بمماسين من نقطة خارجية:** كما ذكرنا سابقًا، القطعتان المماستان المرسومتان لدائرة من نقطة خارجية تكونان متطابقتين. كما أن الخط الواصل بين النقطة الخارجية ومركز الدائرة ينصف الزاوية بين المماسين وينصف الزاوية المركزية المقابلة لنقطتي التماس.

3. **نظريات تتعلق بالمماسات المشتركة لدائرتين:** إذا كان لدينا دائرتان، فإن المماس المشترك هو خط مستقيم يلامس كلا الدائرتين. هناك نوعان من المماسات المشتركة:

   - **المماسات المشتركة الخارجية:** تقع الدائرتان على نفس الجانب من المماس.
   - **المماسات المشتركة الداخلية:** تقع الدائرتان على جانبين مختلفين من المماس. تعتمد شروط وجود المماسات المشتركة على المسافة بين مركزي الدائرتين ونصفي قطريهما.

المماسات المشتركة لدائرتين

المماس المشترك لدائرتين هو خط مستقيم يكون مماسًا لكلتا الدائرتين في نفس الوقت. يمكن أن يكون المماس المشترك خارجيًا أو داخليًا:

- **المماس المشترك الخارجي:** لا يقع أي من مركزي الدائرتين بين المماس المشترك الخارجي ونقطتي التماس.
- **المماس المشترك الداخلي:** يقع مركزا الدائرتين على جانبي المماس المشترك الداخلي بين نقطتي التماس.

يعتمد عدد المماسات المشتركة الممكنة لدائرتين على العلاقة بين نصفي قطريهما والمسافة بين مركزيهما.

خاتمة

في الختام، تُعتبر المماسات مفهومًا أساسيًا في الهندسة والرياضيات بشكل عام، حيث تربط بين الخطوط المستقيمة والمنحنيات وتكشف عن خصائص مهمة تتعلق باتجاه المنحنى عند نقطة معينة. لقد استعرضنا في هذا البحث تعريف المماس وخصائصه، وكيفية إيجاد معادلات المماسات للدوائر، بالإضافة إلى أهم النظريات المتعلقة بالمماسات وتطبيقاتها المتنوعة في مختلف المجالات العلمية والهندسية. إن فهم المماسات يمكّننا من تحليل سلوك المنحنيات وحل العديد من المسائل الهندسية والفيزيائية، ويُعد أداة قوية في ترسانة الرياضيات.